ИНТЕРПОЛЯЦИОННАЯ ЗАДАЧА ЭРМИТА С УЗЛАМИ ТРЕТЬЕЙ КРАТНОСТИ ОТНОСИТЕЛЬНО АЛГЕБРАИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ ФУНКЦИЙ

Ботян В. С.

Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь,
e-mail: *botyanveronika@mail.ru*

Пусть на $[a,b]$ заданы попарно $(n+1)$различные числа $x_0, x_1, ..., x_n$ – узлы интерполирования, в которых известны конечные значения интерполируемой функции $f:[a,b]\to R$ $f(x)$и значения первых двух ее производных.

Рассмотрим интерполяционную задачу Эрмита с узлами третьей кратности относительно алгебраической системы функций, состоящую в построении многочлена $P_{3n+2}(x)=\sum_{i=0}^{3n+2} a_i x^i$ степени не выше $3n$+2, удовлетворяющего условиям

$$P_{2n+1}^{(s)}\left(x_j\right)= f^{(s)}\left(x_j\right),\ s=0,1,2. \tag{1}$$

Коэффициенты a_i $(i=0,1,...,3n+2)$ многочлена $P_{3n+2}(x)$ находятся из системы уравнений (1) единственным образом. Приведем решение этой задачи в явном виде.

Теорема. *Для алгебраического многочлена*

$$P_{3n+2}(x)=\sum_{k=0}^{n}\frac{\omega^3(x)}{(x-x_k)^3\left[\omega'(x_k)\right]^3}\times$$

$$\times\left\{f(x_k)\left[1-\frac{3}{2}\frac{\omega''(x_k)}{\omega'(x_k)}(x-x_k)+\frac{3\left[\omega''(x_k)\right]^2-\omega'(x_k)\omega'''(x_k)}{2\left[\omega'(x_k)\right]^2}(x-x_k)^2\right]+\right.$$

$$\left.+f'(x_k)\left[(x-x_k)-\frac{3}{2}\frac{\omega''(x_k)}{\omega'(x_k)}(x-x_k)^2\right]+\frac{1}{2}f''(x_k)(x-x_k)^2\right\},$$

где $\omega(x)=(x-x_0)(x-x_1)\cdots(x-x_n)$, *выполняются интерполяционные условия* (1).

Если функция $f(x)$ имеет конечную производную $f^{(3n+3)}(x)$на наименьшем отрезке $[a,b]$, содержащем узлы $x_0, x_1, ..., x_n$ и точку интерполирования y, то существует точка $\xi=\xi(y)$, $a<\xi<b$, такая, что для погрешности $R_{3n+2}(f,y)=$ $=f(y)-P_{3n+2}(y)$ справедливо [1] представление в виде $R_{3n+2}(f,y)=\frac{f^{(3n+3)}(\xi)}{(3n+3)!}\Omega(y)$, где функция $\Omega(y)=(y-x_0)^3(y-x_1)^3\cdots(y-x_n)^3$.

Литература